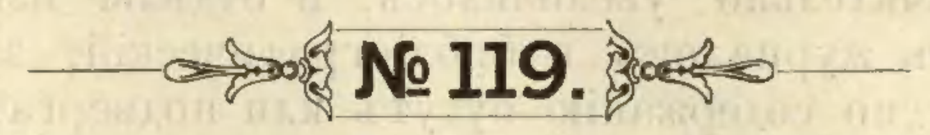
ВѢСТНИКЪ ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ
и
ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.



№ 119.

X Сем. 5 Мая 1891 г. № 11.

ОТЪ РЕДАКЦІИ.

Всѣхъ нашихъ подписчиковъ, читателей, сотрудниковъ и корреспондентовъ просимъ принять къ свѣдѣнію, что во время предстоящихъ каникулъ

Редакція, изданіе, книжный и физическій склады

„Вѣстника Опытной Физики и Элементарной Математики“

переносятся изъ г. КІЕВА въ г. ОДЕССУ.

При этомъ всѣ условія подписки, сотрудничества, выпуска номеровъ, помѣщенія объявленій и пр. остаются пока безъ измѣненій.

Первый номеръ XI-го семестра „Вѣстника“, по общему счету № 121-ый, выйдетъ уже въ Одессѣ 20-го августа.

Подписка на 2-ое полугодіе 1891 г. (XI-ый сем.) открыта

при конторѣ редакціи въ г. Одессѣ и при книжныхъ магазинахъ: Н. Я. Оглоблина—въ С.-Петербургѣ и Кіевѣ, Мамонтова, Глазунова и конт. Печковской—въ Москвѣ; Дубровина—въ Казани, „Новаго Времени“—въ Харьковѣ и пр. Льготная подписка (отъ учащихся: 2 р. вмѣсто 3 р. въ полугодіе) по прежнему черезъ посредничество книжныхъ магазиновъ не принимается. Правами льготы могутъ пользоваться и коллективные подписчики (отдѣльные классы учебныхъ заведеній, курсы, общежитія, учен. квартиры и пр.). Для частныхъ лицъ—какъ и прежде—допускается разсрочка подписной платы по соглашенію.—Полный комплектъ всѣхъ 120-и №№ „Вѣстника“, изданныхъ въ Кіевѣ, новымъ подписчикамъ продается съ уступкой за 18 рублей съ перес. Каждый семестръ отдѣльно (сброш. въ книгу)—по 2 р. 50 к. (для учащихся—по 2 р.) съ перес.

Вслѣдствіе недостаточнаго развитія въ г. Одессѣ типографскаго дѣла, внѣшній видъ „Вѣстника“ вѣроятно измѣнится и—на первыхъ порахъ, быть можетъ—окажется менѣе изящнымъ, чѣмъ въ настоящее время; но, подобно тому какъ это было и въ Кіевѣ въ началѣ изданія,

мы вторично постараемся и въ этомъ отношеніи достигнуть возможныхъ улучшеній. Что же касается содержанія „Вѣстника", его программы, направленія и пр., то, конечно, въ общемъ никакихъ перемѣнъ не предвидится, такъ какъ составъ редакціи и сотрудниковъ въ сущности не мѣняется; въ частности-же будетъ расширенъ отдѣлъ ученическій, въ виду того что въ послѣднее время число льготныхъ и коллективныхъ подписчиковъ значительно увеличилось, и отдѣлы извлеченій изъ другихъ спеціальныхъ журналовъ и библіографическій; за то статьи слишкомъ спеціальныя по содержанію будутъ или подвергаться большему сокращенію, или издаваться даже въ видѣ отдѣльныхъ приложеній. Протоколы засѣданій ученыхъ обществъ и рефераты сообщеній, въ особенности касающихся элементарной математики и физики, будутъ по прежнему печататься, чтобы дать читателямъ возможность слѣдить за ходомъ развитія физико-матем. наукъ въ Россіи.

Сношенія, въ которыя мы вошли для упроченія и урегулированія изданія, пріобрѣвшаго въ теченіе 5 лѣтъ солидную репутацію и приносящаго—какъ мы въ этомъ убѣждены—свою долю пользы, позволяютъ намъ надѣяться, что впредь намъ легче будетъ удовлетворить тѣмъ основательнымъ требованіямъ нашихъ читателей, которыя до сихъ поръ нерѣдко выходили за предѣлы возможнаго для насъ. Ради этого мы и переносимъ изданіе въ Одессу, гдѣ оно—какъ надѣемся—установится окончательно. Вмѣстѣ съ тѣмъ мы намѣрены значительно расширить издательскую дѣятельность *) и книжный складъ, въ которомъ, кромѣ собственныхъ изданій, желаемъ сконцентрировать вообще научныя и учебныя книги, пользующіяся въ настоящее время наибольшею популярностью, а также тѣ изъ иностранныхъ сочиненій, которыя заслуживаютъ наибольшаго вниманія. По мѣрѣ накопленія, каталоги будутъ печататься и разсылаться всѣмъ подписчикамъ „Вѣстника" безплатно.

Всю корреспонденцію по дѣламъ редакціи, книжнаго склада, или личную на имя редактора-издателя Эразма Корнеліевича Шпачинскаго, просимъ направлять впредь по адресу:

г. Одесса, въ редакцію „Вѣстника Оп. Физики и Эл. Математики".

Лица, желающія принять на себя трудъ *постояннаго* сотрудничества въ журналѣ по какому либо спеціальному отдѣлу, приглашаются заявить лично или письменно о своихъ условіяхъ касательно гонорара, выписки нужныхъ для такого сотрудничества журналовъ и пр.

Авторы статей спеціальныхъ болѣе значительнаго объема, желающіе чтобы таковыя были изданы въ видѣ особыхъ брошюръ и разосланы читателямъ „Вѣстника" какъ безплатное приложеніе, благоволятъ вмѣстѣ съ присылкой такихъ статей сообщать какую часть расходовъ они принимаютъ на себя.

---

*) Выходъ съ печати книги: „Историческій очеркъ развитія элементарной Геометріи" былъ задержанъ вслѣдствіе хлопотъ, вызванныхъ предстоящимъ перенесеніемъ редакціи въ другой городъ. Тѣмъ не менѣе она будетъ выпущена еще въ Кіевѣ и разослана какъ всѣмъ заказчикамъ, такъ и тѣмъ учебнымъ заведеніямъ (выписывающимъ „Вѣстникъ" не менѣе чѣмъ въ 2-хъ экземплярахъ), которымъ она обѣщана какъ безплатная премія.

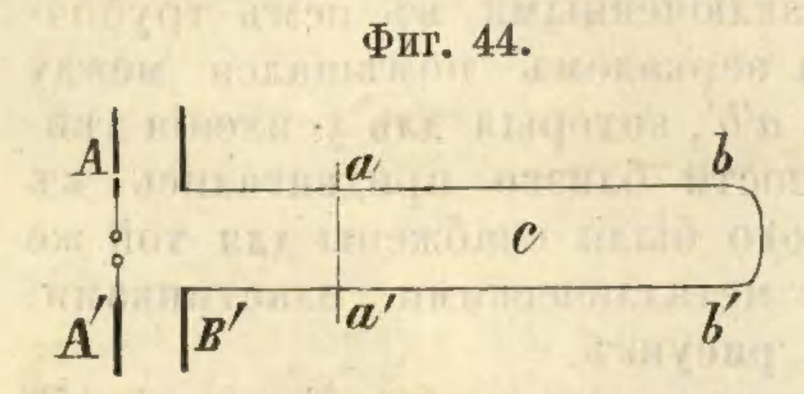
ОПЫТЫ ГЕРЦА.

(Окончаніе) *).

Механическое дѣйствіе электрическихъ волнъ.

Намъ остается сказать еще нѣсколько словъ о механическомъ дѣйствіи электрическихъ волнъ, изслѣдованію котораго посвящена послѣдняя работа Герца **).

Для этой цѣли былъ взятъ первичный проводникъ изъ двухъ пластинокъ въ 40 цм. въ поперечникѣ съ двумя стержнями, между концами которыхъ былъ оставленъ прорывъ. Вторичный проводникъ состоялъ изъ двухъ такихъ же пластинокъ, поставленныхъ на разстояніи 10 цм. отъ первыхъ; отъ каждой изъ нихъ шла проволока длиною въ 6,8 м.; концы этихъ проволокъ были соединены между собою; разстояніе между проволоками было около 30 цм. Фиг. 44 представляетъ схематическое расположеніе обоихъ проводниковъ: AA′— первичный, B*bb′*B′ вторичный проводникъ. На нѣкоторомъ разстояніи отъ BB′, которое можно было по желанію измѣнять, было устроено вторичное соединеніе между проволоками помощью мостика *aa′*. Прорывъ первичнаго проводника былъ длиною только 2 мм., и для возбужденія колебаній была взята небольшая катушка Румкорфа.



Фиг. 44.

При такомъ расположеніи прибора и при разстояніи *aa′* отъ BB′ въ 1,2 м. въ *abb′a′*, получались весьма быстрыя колебанія, соотвѣтствовавшія половинѣ длины стоячей волны. Эти колебанія, какъ показалъ раньше ***) Lecher, возбуждались благодаря резонансу между ними и первичными колебаніями, имѣвшими мѣсто въ воздухѣ между AA′ съ одной стороны и B*aa′*B′ съ другой. Перемѣщеніе мостика *aa′* уменьшаетъ время одного и одновременно увеличиваетъ время другого колебанія.

Описанная схема, говоритъ авторъ, имѣетъ слѣдующія выгоды: сила, которую мы имѣемъ въ виду изслѣдовать, весьма мала, поэтому проводникъ, подвергаемый ея дѣйствію, долженъ быть защищенъ отъ постороннихъ электрическихъ вліяній. При нашей схемѣ это вполнѣ возможно, такъ какъ проволоки *ab*, *a′b′*, къ которымъ мы должны приближать пробное тѣло, представляютъ замкнутую систему. Окружая *abb′a′* проволочной сѣткой, соединенной съ узлами колебаній въ *aa′* и *bb′*, мы вполнѣ достигаемъ названной цѣли, не нарушая колебаній въ *abb′a′*.

Во вторыхъ, проводникъ, подвергавшійся при ниже описанныхъ опытахъ дѣйствію электрической силы, не представлялъ электрическаго резонатора, который самъ отзывался бы, такъ сказать, на соотвѣтствующія ему колебанія. Поэтому необходимо было, для полученія срав-

*) См. „Вѣстникъ“, №№ 112, 117 и 118.

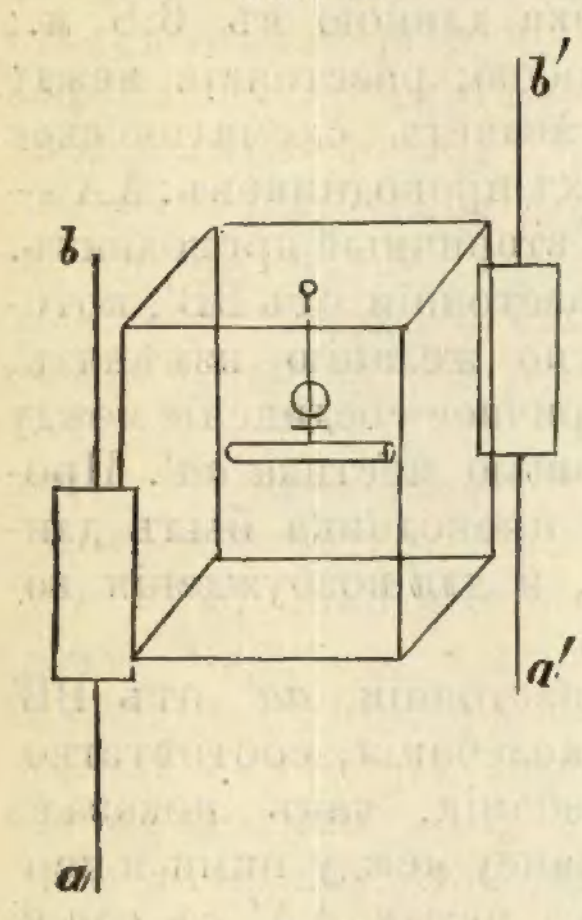
**) Wied. Ann. B. 42, стр. 407, 1891 г.

***) Wied. Ann. B. 41. стр. 850, 1890 г.

нимыхъ между собою результатовъ, имѣть по возможности чистое колебаніе опредѣленной длины волны. При выше описанной схемѣ значительной силы достигало только колебаніе съ наибольшей длиной волны, узлы котораго были въ aa' и bb', такъ какъ только это колебаніе усиливалось первычнымъ колебаніемъ, благодаря консонансу между ними. Наконецъ колебаніе между aa' и bb' достаточно не зависитъ отъ того, натянуты ли проволоки прямолинейно или какъ нибудь изогнуты, что даетъ возможность направлять ихъ въ желаемомъ смыслѣ.

Для наблюденія механическаго дѣйствія электрической силы Герцъ приготовилъ цилиндрическую трубочку изъ сусальнаго золота, въ 5,5 цм. длины и 0,7 цм. въ діаметрѣ. Эта трубка была подвѣшена на коконовой нити къ крышкѣ стекляннаго ящика, какъ покано на рисункѣ (фиг. 45). На той же нити былъ укрѣпленъ маленькій магнитъ, дававшій трубочкѣ опредѣленное положеніе равновѣсія, и зеркало, позволявшее при поворачиваніи трубочки отсчитывать уголъ поворота.

Фиг. 45.



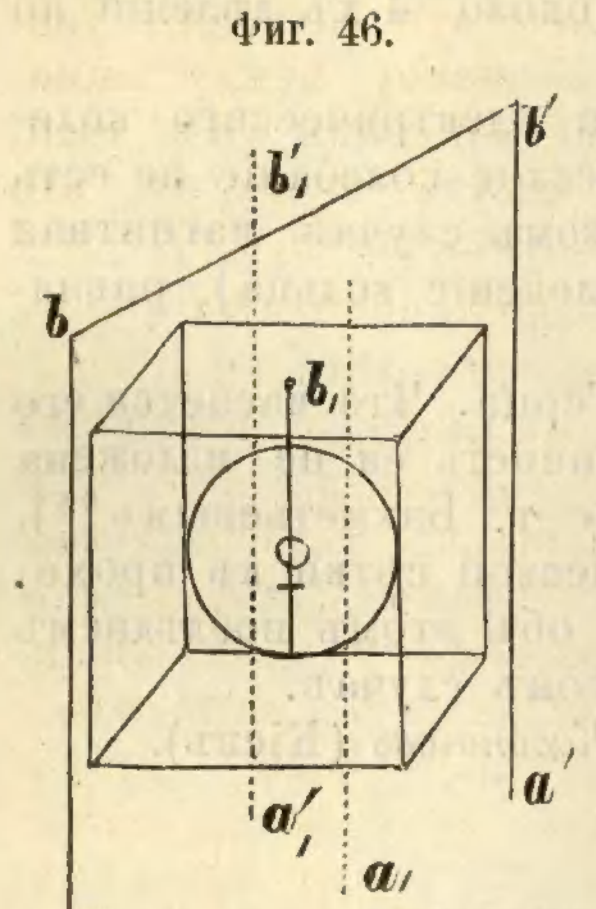
Ящикъ съ заключенными въ немъ трубочкой, магнитомъ и зеркаломъ помѣщался между проволоками ab и $a'b'$, которыя для усиленія дѣйствія по возможности близко придвигались къ ящику и кромѣ того были снабжены для той же цѣли маленькими металлическими пластинками, какъ показано на рисункѣ.

Оказалось, что при существованіи колебаній въ проволокахъ трубочка уклонялась отъ положенія равновѣсія, стремясь расположиться по направленію дѣйствія электрической силы. Герцъ наблюдалъ измѣненіе величины дѣйствія силы въ зависимости отъ измѣненія положенія прибора между припухлостью волны c, (фиг. 44) и узломъ bb'. Онъ приводитъ рядъ чиселъ, выражающихъ отклоненіе трубочки отъ положенія равновѣсія и уменьшающихся по мѣрѣ перемѣщенія ея отъ c къ bb'. Разсмотрѣніе измѣненій этихъ чиселъ приводитъ къ заключенію, что законъ электрическихъ колебаній, обусловливающихъ отклоненіе трубочки, отступаетъ отъ простаго закона Sinus'овъ.

Для наблюденія механическаго дѣйствія магнитной силы было употреблено кольцо въ 65 мм. въ діаметрѣ, изъ алюминіевой проволоки въ 2 мм. толщины. Это кольцо съ магнитомъ и зеркаломъ было подвѣшено на коконовой нити къ крышкѣ прежняго стекляннаго ящика, какъ показано на рисункѣ (фиг. 46). Что будетъ происходить съ кольцомъ, когда въ проволокахъ ab и $a'b'$ будутъ имѣть мѣсто электрическія колебанія? Положимъ, что мы не знаемъ о существованіи магнитной силы; тогда части кольца, соотвѣтствующія концамъ горизонтальнаго діаметра его, будутъ играть такую же роль, какъ въ предыдущемъ случаѣ концы трубочки. Поэтому мы должны ожидать, что подъ вліяніемъ колебаній въ ab и $a'b'$ кольцо будетъ отклоняться отъ положенія равновѣсія, стремясь стать такъ, чтобы направленіе горизонтальнаго діаметра совпало съ линіей, соединяющей противулежащія части проволокъ ab и $a'b'$, т. е. такъ,

какъ будто бы части кольца, соотвѣтствующія концамъ горизонтальнаго діаметра, притягивались ближайшими частями проволокъ. Кромѣ того наибольшаго уклоненія кольца отъ положенія равновѣсія мы должны при нашемъ допущеніи ожидать въ положеніи *c* (фиг. 44), наименьшаго въ узлахъ *aa'* или *bb'*.

Фиг. 46.



На опытѣ оказалось однако явленіе обратное предположенному нами при допущеніи, что о существованіи магнитной силы мы пока не знаемъ. Именно, при помѣщеніи прибора около узла *bb'* кольцо уклонилось отъ положенія равновѣсія на величину такого же порядка, какъ въ предыдущемъ опытѣ трубочка при помѣщеніи ея въ припухлости колебаній *c*; кромѣ того уклоненіе имѣло обратный характеръ—кольцо стремилось стать такъ, чтобы горизонтальный діаметръ принялъ направленіе параллельное направленію проволокъ *ab* и *a'b'*, т. е., имѣло мѣсто отталкиваніе частей, соотвѣтствовавшимъ концамъ горизонтальнаго діаметра, отъ близь лежащихъ частей проволокъ.

Изъ этого опыта непосредственно вытекаетъ заключеніе, что на ряду съ электрическимъ колебаніемъ существуетъ еще другое колебаніе, узлы котораго соотвѣтствуютъ припухлостямъ перваго и наоборотъ; что это колебаніе проявляется въ опредѣленномъ измѣненіи состоянія окружающей среды и что характеристическое направленіе этого колебанія нормально къ таковому же электрическаго колебанія. Принимая теперь во вниманіе то, что мы знаемъ о магнитной силѣ тока, приходимъ къ заключенію, что колебаніе, о которомъ идетъ рѣчь, есть колебаніе магнитной силы. При весьма быстрыхъ измѣненіяхъ направленія магнитной силы въ кольцѣ имѣютъ мѣсто наведенные токи, обратные токомъ *abb'a*, благодаря чему мы и наблюдаемъ выше описанное отталкиваніе, т. е. стремленіе плоскости кольца стать нормально къ плоскости *abb'a'*.

При перемѣщеніи ящика съ кольцомъ отъ *bb'* по направленію къ *c* (фиг. 44), наблюдалось быстрое уменьшеніе отклоненія кольца отъ положенія равновѣсія; въ нѣкоторой точкѣ отклоненіе было нуль и затѣмъ, по мѣрѣ приближенія къ *c*, возрастало, но въ другую сторону—отталкиваніе кольца проволоками переходило въ притяженіе. Это явленіе очевидно объясняется совмѣстнымъ дѣйствіемъ электрической и магнитной силъ—первая преобладаетъ въ *c*, вторая въ *bb'*; въ нѣкоторой промежуточной точкѣ онѣ компенсируютъ другъ друга. Справедливость этого воззрѣнія явствуетъ изъ наблюденій отклоненія кольца, при уничтоженіи вліянія электрической силы. Для этой цѣли Герцъ употребилъ двѣ проволоки, по 20 цм. длины каждая, которыя были расположены симметрично къ *ab* и *a'b'* по отношенію къ положенію равновѣсія кольца. На чертежѣ эти проволоки изображены пунктиромъ; a_1 b_1 была соединена съ *ab*, а $a_1'b_1'$ съ *a'b'*. При такихъ условіяхъ дѣйствіе электрической силы на кольцо было совсѣмъ уничтожено, а дѣйствіе магнитной только ослаблено. Перемѣщая теперь ящикъ съ кольцомъ отъ *bb'* къ *c*, мы должны ожидать minimum'а откло-

ненія не въ промежуточной между c и bb' точкѣ, а въ c. Дѣйствительно, переходя отъ bb' къ c, Герцъ замѣчалъ постепенное ослабленіе отклоненія, при чемъ послѣднее достигало minimum'а (около 4-хъ дѣленій по скалѣ), въ точкѣ c.

Существованіе отклоненія въ c, припухлости электрическаго колебанія, еще разъ указываетъ на то, что электрическое колебаніе не есть чистое колебаніе по закону Sinus'овъ, ибо въ такомъ случаѣ магнитная сила въ его припухлости (а слѣдовательно и отклоненіе кольца), равнялась бы нулю.

Этимъ мы и закончимъ изложеніе опытовъ Герца. Что касается его работы „О лучахъ электрической силы" *), то сущность ея не изложена нами здѣсь, такъ какъ это сдѣлано уже раньше г. Бахметьевымъ **), хотя онъ и не говоритъ объ отношеніи металлической сѣтки къ проходящимъ черезъ нее электрическимъ волнамъ. Но объ этомъ послѣднемъ обстоятельствѣ мы надѣется поговорить при другомъ случаѣ.

I. Косоноговъ (Кіевъ).

О ПРЕДѢЛѢ ОДНОГО ВЫРАЖЕНІЯ.

Новыми программами для реальныхъ училищъ въ курсъ дополнительнаго класса по Алгебрѣ введена между прочимъ и статья о способѣ предѣловъ; приложеніе же этого способа рекомендовано для вывода формулъ объемовъ треугольной пирамиды и шара. Какъ извѣстно, окончательное рѣшеніе этихъ двухъ вопросовъ сводится къ нахожденію предѣла выраженія

$$\frac{n^2+(n-1)^2+(n-2)^2+\ldots\ldots+2^2+1^2}{n^3}$$

Объяснимъ это вкратцѣ. Пусть b и h означаютъ соотвѣтсвенно площадь основанія и высоту треугольной пирамиды. Построивши по извѣстному способу входящія въ данную пирамиду и выходящія изъ нея треугольныя призмы съ высотою $\frac{h}{n}$ каждая, мы, послѣ извѣстныхъ преобразованій, будетъ имѣть два неравенства

$$V>\frac{(n-1)^2+(n-2)^2+\ldots\ldots+2^2+1^2}{n^3}bh$$

для призмъ входящихъ и

$$V<\frac{n^2+(n-1)^2+(n-2)^2+\ldots\ldots+2^2+1^2}{n^3}bh$$

для призмъ выходящихъ, при чемъ V—объемъ пирамиды.

---

*) Wied. An. B. 13, s. 769, 1889.

**) Вѣст. Оп. Ф. и Эл. Мат. № 68, стр. 153, сем. VI.

Отсюда видно, что V заключено между двумя перемѣнными величинами, разность которыхъ равна $\frac{1}{n}bh$, и такъ какъ при n безконечно большомъ эта разность безконечно мала, то, значитъ, разность между V и каждой изъ перемѣнныхъ еще менѣе; а въ силу того, что V постоянное, оно будетъ служить предѣломъ этихъ двухъ перемѣнныхъ величинъ. Такимъ образомъ

$$V=\operatorname{Lim}\left[\frac{n^2+(n-1)^2+\ldots\ldots+1^2}{n^3}\right]bh.$$

При опредѣленіи предѣла выраженія стоящаго въ скобкахъ, будетъ держаться слѣдующаго пріема*).

Составимъ равенство

$$(p+1)^3-p^3=3p^2+3p+1;$$

изъ него слѣдуетъ, что

$$(p+1)^3-p^3>3p^2.$$

Составимъ другое равенство

$$p^3-(p-1)^3=3p^2-(3p-1);$$

изъ него слѣдуетъ, что для всякаго $p>{}^1/_3$ будемъ имѣть

$$p^3-(p-1)^3<3p^2.$$

Слѣдовательно

$$(p+1)^3-p^3>3p^2>p^3-(p-1)^3.$$

Полагая здѣсь послѣдовательно

$$p=1,2,3,\ldots\ldots n,$$

получимъ слѣдующій рядъ неравенствъ:

$$2^3-1^3>3.1^2>1^3$$

$$3^3-2^3>3.2^2>2^3-1^3$$

$$4^3-3^3>3.3^2>3^3-2^3$$

$$\cdot\quad\cdot\quad\cdot\quad\cdot\quad\cdot\quad\cdot\quad\cdot$$

$$n^3-(n-1)^3>3.(n-1)^2>(n-1)^3-(n-2)^3$$

$$(n+1)^3-n^3>3.n^2>n^3-(n-1)^3.$$

---

*) Заимствованнаго изъ „Grundzüge einer wissenschaftlichen Darstellung der Geometrie der Maasses“, Schlömilch.

Складывая эти неравенства, будемъ имѣть, по сокращеніи,

$$(n+1)^3-1^3>(3(1^2+2^2+\ldots\ldots+(n-1)^2+n^2)>n^3,$$

а по раздѣленіи послѣднихъ неравенствъ на $3n^3$, можемъ написать

$$\tfrac{1}{3}\left[\left(1+\frac{1}{n}\right)^3-\frac{1}{n^3}\right]>\frac{1^2+2^2+3^2+\ldots\ldots+n^2}{n^3}>\tfrac{1}{3},$$

Такъ какъ

$$\mathrm{Lim}\,\tfrac{1}{3}\left[\left(1+\frac{1}{n}\right)^3-\frac{1}{n^3}\right]=\tfrac{1}{3},$$

то при

$$n=\infty$$

значитъ и предѣлъ перемѣнной

$$\frac{1^2+2^2+\ldots\ldots\ldots+n^2}{n^3},$$

которая меньше предшествующей перемѣнной, также равенъ $\tfrac{1}{3}$.

В. Захаровъ (Камышинъ).

ЗАМѢТКА О РѢШЕНІИ ЗАДАЧЪ

на вычисленіе времени.

При общепринятомъ способѣ рѣшенія задачъ на вычисленіе времени неизбѣжна одна ошибка, на которую, впрочемъ, не указываютъ нигдѣ въ учебникахъ. Я возьму задачу, приведенную въ распространенномъ учебникѣ ариѳметики Малинина и Буренина при объясненіи способа рѣшенія задачъ на время.

Нѣкто родился 19 мая 1828 года, а умеръ 2 марта 1861 г.; сколько времени онъ жилъ? Оказывается, что жилъ онъ 32 г. и **287** дней. Но допустимъ, что онъ родился годомъ позже т. е. 19 мая 1829 г. (замѣтимъ, что годъ отъ 19 мая 1828 г. до 19 мая 1829 г. содержитъ 365 дней); оказывается, что тогда онъ проживетъ 31 г. **288** дней. Если допустимъ, что онъ умеръ годомъ позже, чѣмъ дано въ задачѣ, т. е. не 2 марта 1861 г., а 2 марта 1862 г. (опять таки онъ проживетъ лишній простой въ 365 дней годъ), общепринятое вычисленіе тогда даетъ, что онъ проживетъ 33 г. **286** дней.

Чтобы обнаружить, что послѣднія двѣ задачи рѣшены невѣрно и что ошибка является необходимымъ слѣдствіемъ общепринятаго способа рѣшенія задачъ на время, я разсмотрю сначала упрощенные примѣры. Если мы находимъ промежутокъ времени меньшій одного года, то ошибки никогда произойти не можетъ, такъ напр. если мы находитъ время про-

текшее отъ 14 апр. до 14 марта слѣдующаго года, если оба года будутъ простые, или первый високосный, то промежутокъ будетъ **334** дня, если же второй будетъ високосный, то **335** дней. Я напишу рѣшеніе одного подобнаго примѣра, отыскиваю напр. промежутокъ времени отъ 14 апр. 1884 г. до 14 марта 1885 г.

1884 г.	72+366=438	дн.
1883	104	„
	334	

Здѣсь лишній день февраля високоснаго 1884 года внѣ искомаго промежутка времени; въ вычисленіи онъ присчитанъ, какъ въ уменьшаемомъ, такъ и въ вычитаемомъ и потому, какъ и слѣдуетъ, не вліяетъ на величину искомаго промежутка. Будемъ теперь искать промежутокъ времени между тѣми же числами тѣхъ же мѣсяцевъ, но такъ, чтобы промежутокъ былъ годомъ больше, т. е. напр. отъ 14 апр. 1884 г. до 14 марта 1886 г. Очевидно, что отъ 14 апр. 1884 г. до 14 апр. 1885 г. пройдетъ годъ и затѣмъ отъ 14 апр. 1885 г. до 14 марта 1886 г. по предыдущему 334 дня, всего 1 г. 334 дня. Между тѣмъ расположимъ обычное вычисленіе

1885 г.	72+365=437	дн.
1883 г.	104	„
1 г.	333	дня.

Совершенно ясно отчего произошла несомнѣнная ошибка: въ вычитаемомъ мы присчитали лишній день февраля 1884 года (день не входящій въ искомый промежутокъ), тогда какъ въ уменьшаемомъ его не присчитали, занявъ 1885-й годъ, вмѣсто 1884-го и такимъ образомъ получили въ остаткѣ 1 г., содержащій 366 дней, между тѣмъ какъ мы видѣли что этотъ годъ отъ 14 апр. 1884 г. до 14 апр. 1885 г. содержитъ 365 дней.

Когда промежутокъ больше 3 лѣтъ, такъ что съ високоснымъ годомъ приходится считаться и въ начальномъ и въ конечномъ событіи, то такое присчитываніе и учитываніе дня возможно и въ уменьшаемомъ и въ вычитаемомъ. Это мы видѣли въ первой задачѣ, гдѣ уменьшая и увеличивая промежутокъ времени на 1 простой годъ, мы получали кромѣ этой убавки и прибавки еще измѣненіе числа дней, между тѣмъ какъ это число должно оставаться неизмѣннымъ. Чтобы сдѣлать еще болѣе очевиднымъ, что это такъ, я напишу рѣшеніе всѣхъ 3 измѣненій первой задачи, отсчитывая сначала полные протекшіе года и затѣмъ остальное время.

1) отъ 19 мая 1828 г. до 2 марта 1861 г.

„ 19 „ „ „ 19 мая 1860 г. 32 г.

„ 19 „ 1860 г. „ 2 марта 1861 г. **287** дней.

2) отъ 19 мая 1829 г.	до 2 марта 1861 г.		
„ 19 „ „	„ 19 мая 1860 г.	31 г.	
„ 19 „ 1860 г.	„ 2 марта 1861 г.	**287**	дней.
3) отъ 19 мая 1828 г.	до 2 марта 1862 г.		
„ 19 „ „	„ 19 мая 1861 г.	33 г.	
„ 19 „ 1861 г.	„ 2 марта 1862 г.	**287**	дней.

Видимъ, что вездѣ получается 287 дней.

Здѣсь я разсмотрѣлъ задачи одного типа: отыскиванiе промежутка времени. Ясно, что эта же ошибка явится и въ задачахъ на отыскиванiе времени начальнаго, или конечнаго событiя. Способъ рѣшенiя задачъ на время отсчитыванiемъ сначала полныхъ протекшихъ лѣтъ былъ впервые указанъ П. В. Преображенскимъ. Примѣняя этотъ способъ на практикѣ я замѣтилъ указанныя неизбѣжныя ошибки въ общепринятомъ способѣ рѣшенiя задачъ на время.

С. Острейко (Москва).

Отчеты о засѣданiяхъ ученыхъ обществъ.

Кiевское Физ.-Мат. Общество 9-ое очер. засѣданiе 8-го апрѣля. Были сдѣланы сообщенiя:

1) *С. И. Чирьевъ*: „О капиллярномъ электрометрѣ“.

2) *В. П. Ермаковъ:* „Методы рѣшенiя геометрическихъ задачъ при помощи мнимыхъ чиселъ“ *).

3) *В. И. Юскевичъ-Красковскiй* демонстрировалъ пишущую машину „Бостонъ.“

4) *Г. Н. Флоринскiй:* „Расширенiе дѣйствiй, какъ результатъ введенiя новыхъ чиселъ“.

Кiевское Физ.-Мат. Общество 10-ое очер. засѣданiе 15-го апрѣля. Сообщенiя:

1) *В. П. Ермаковъ*: „Методы рѣшенiя геом. задачъ при помощи мнимыхъ чиселъ“. (Продолженiе).

2) *В. И. Заiончевскiй:* „О калориметрическихъ измѣренiяхъ Дитеричи“.

3) *Н. Н. Шиллеръ*: „О сохраненiе количества движенiя и центрѣ инерцiи“.

Кiевское Физ.-Мат. Общество 11-ое очер. засѣданiе 29-го апрѣля. Сообщенiя:

1) *В. П. Ермаковъ*: „Методы рѣшенiя геом. задачъ при помощи мнимыхъ чиселъ“ (Продолженiе).

2) *И. И. Чирьевъ* отъ имени *И. И. Александрова* (изъ Тамбова): „Разысканiе условiй равенства и подобiя фигуръ съ помощью задачъ на построенiе“ **).

3) *О. О. Косоноговъ*: „Опыты Герца“ (окончанiе).

В. П. Ермаковъ прочелъ протоколъ засѣданiя собиравшейся подъ его предсѣдательствомъ коммиссiи по вопросу о публичныхъ лекцiяхъ.

---

*) Будетъ помѣщено въ „Вѣстникѣ“ въ видѣ отдѣльной статьи въ №№ будущаго XI-го семестра.

**) Будетъ помѣщено въ „Вѣстникѣ“.

Кіевское Физ.-Мат. Общество 12-ое очер. засѣданіе (специальное) 6-го мая. Сообщенія:

1) *В. П. Ермаковъ:* „О варіяціи простого интеграла".

2) *Б. Я. Букрѣевъ:* „О конформномъ изображеніи".

Кіевское Физ.-Мат. Общество 13-ое очер. засѣданіе (и послѣднее въ тек. учебномъ году) 13-го мая. Сообщенія:

1) *Р. Н. Савельевъ:* „Объ актинометрическихъ наблюденіяхъ, производимыхъ имъ въ г. Кіевѣ". Въ виду того, что результаты этихъ наблюденій уже опубликованы *), референтъ вкратцѣ познакомилъ присутствующихъ съ выбраннымъ имъ методомъ и описалъ подробно какъ прежде употребляемый имъ актинометръ Крова̀ (спиртовой, съ ртутнымъ указателемъ), такъ и нынѣ установленный термоэлектрическій самопишущій аппаратъ, дающій непрерывныя фотографическія записи.

2) *Г. Н. Флоринскій* показалъ элементарный выводъ основныхъ свойствъ эллипса.

3) *Н. Н. Шиллеръ:* „О сохраненіи энергіи".

4) *Н. Ф. Хруцкій:* „О сохраненіи энергіи".

Э. К. Шпачинскій заявилъ, что выбываетъ изъ состава Распорядительнаго Комитета вслѣдствіе переѣзда на жительство въ г. Одессу, куда во время каникулъ переносится и изданіе „Вѣстника Оп. Физики и Элем. Математики", и высказалъ надежду, что Кіевское Физ.-Мат. Общество захочетъ поручуть кому нибудь изъ своихъ членовъ составленіе протоколовъ своихъ будущихъ засѣданій и своевременную присылку таковыхъ, а также и рефератовъ, для помѣщенія на стр. „Вѣстника".

Вышедшіе въ видѣ отдѣльной книги „Отчеты и протоколы Физико-Математическаго Общества при Импер. Унив. Св. Владиміра за 1890 г. съ приложеніями" **) были розданы присутствующимъ членамъ; отсутствующимъ и иногороднимъ „Отчеты" разосланы по почтѣ. *Ш.*

Засѣданіе Мат. Отд. Нов. Общ. Естеств. по вопросамъ элем. матем. и физики (послѣднее въ тек. учебномъ году) 12-го апрѣля.

1) *Н. Ѳ. Милятицкій* высказалъ свои соображенія относительно преподаванія „ученія о волнообразномъ движеніи" въ курсѣ элементарной физики и демонстрировалъ устроенный имъ для этой цѣли приборъ.

2) *И. М. Зейлигеръ* показалъ простой выводъ формулы для $\sin(a+b)$, основанный на опредѣленіи тригонометрическихъ величинъ какъ отношеній сторонъ прям. треугольника.

3) *Э. К. Шпачинскій* (присутствовавшій въ засѣданіи въ качествѣ гостя) изложилъ параллель между методами синтеса и анализа въ математикѣ съ одной стороны и методами дедукціи и индукціи въ естествознаніи съ другой.

По причинѣ отсутствія г. предсѣдателя отдѣленія, чтеніе отчета за истекшій учебный годъ отложено до перваго засѣданія послѣ каникулъ.

Э. К. Шпачинскій заявилъ о перенесеніи имъ изданія и редакціи „Вѣстника Оп. Физики и Эл. Математики" изъ г. Кіева въ г. Одессу и предложилъ Мат. Отд.

---

*) См. „Метеоролог. Вѣстникъ".

**) „Приложенія" состоятъ изъ тѣхъ рефератовъ сообщеній, авторы которыхъ пожелали прислать ихъ для напечатанія.

Нов. Общ. Ест. пользоваться впредь въ болѣе широкихъ размѣрахъ чѣмъ до сихъ поръ страницами „Вѣстника“ для печатанія протоколовъ своихъ засѣданій и рефератовъ сообщеній. *Ш.*

ЗАДАЧИ.

№ 213. Въ данной окружности дана хорда AB, которой соотвѣтствуетъ вписанный уголъ α°. Внѣ окружности взята точка C такъ, что площадь треугольника ABC равна $CT^2 . \sin\alpha$, гдѣ CT есть касательная изъ этой точки къ окружности. Найти геометрическое мѣсто точки C. Разсмотрѣть частный случай когда $\alpha = 90^\circ$.

Н. Николаевъ (Пенза).

№ 214. Не прибѣгая къ рѣшенію кубическаго уравненія, опредѣлить три послѣдовательныя цѣлыя числа, коихъ произведеніе равно 4896. *Ш.*

№ 215. Дана полуокружность діаметра AB и къ ней въ точкѣ A проведена касательная AC. Изъ нѣкоторой точки M покуокружности опущенъ перпендикуляръ MD на эту касательную и она соединена съ другимъ концомъ діаметра B. Опредѣлить точку M такъ, чтобы сумма $2MD + 3MB$ была наибольшая. *І. Каменскій* (Пермь).

№ 216. Доказать теорему: если три діагонали октаэдра пересѣкаются въ одной точкѣ, то объемъ его равняется шестой части объема параллелепипеда, три ребра котораго соотвѣтственно равны тремъ діагоналямъ октаэдра, а углы между ребрами равны угламъ между діагоналями.

П. Свѣшниковъ (Троицкъ).

№ 217 Дана точка O и прямая MN. На прямой взяты три точки A, B, C. Около треугольниковъ AOB, BOC, COA описаны окружности. Кромѣ того черезъ точку O преведены еще три окружности касательныя къ прямой MN: одна въ точкѣ A, другая—въ B, третья—въ C. Доказать, что произведеніе діаметровъ трехъ первыхъ окружностей равно произведенію діаметровъ трехъ остальныхъ.

П. Свѣшниковъ (Троицкъ).

РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ.

№ 31 (2-ой серіи). Опредѣлить коэффиценты p и q такъ, чтобы трехчленъ

$$x^2 + px + q$$

не переставалъ возрастать или убывать при непрерывномъ возрастаніи x отъ $x = -h$ до $x = +h$, и чтобы въ то же время этотъ трехчленъ для

всѣхъ значеній x отъ $-h$ до $+h$ наименьше уклонялся отъ нуля (т. е. чтобы наибольшая абсолютная величина его была возможно малою).

Если трехчленъ

$$x^2+px+q \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

не перестаетъ возрастать или убывать при непрерывномъ возрастаніи x отъ $x=-h$ до $x=+h$, то при этомъ онъ измѣняется очевидно только отъ

$$h^2-ph+q \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

до

$$h^2+ph+q \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

То изъ выраженій (2) и (3), котораго абсолютная величина больше, и представитъ наибольшее отклоненіе трехчлена (1) отъ нуля въ предѣлахъ измѣняемости x отъ $-h$ до $+h$.

Выраженіе (2) и (3) можно представить въ такомъ видѣ:

$$(h^2+q)-ph \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

и

$$(h^2+q)+ph \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

Если h^2+q не$=0$, то абсолютная величина одного изъ выраженій (4) или (5) будетъ больше абсолютной величины выраженія ph; если же $h^2+q=0$, то абсолютная величина обоихъ выраженій (4) и (5) равна абсолютной величинѣ выраженія ph. Слѣдовательно, чтобы наибольшее отклоненіе отъ нуля трехчлена (1) было возможно мало, необходимо, чтобы коэффиціентъ q удовлетворялъ уравненію

$$h^2+q=0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

и въ этомъ случаѣ отклоненіе отъ нуля трехчлена (1) будетъ равно абсолютной величинѣ выраженія ph.

Очевидно, что трехчленъ (1) можно представить въ такомъ видѣ

$$\left(x+\frac{p}{2}\right)^2+q-\frac{p^2}{4} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (7)$$

Такъ какъ выраженіе $q-\frac{p^2}{4}$ не содержитъ x, то чтобы выраженіе (7) не переставало возрастать или убывать при непрерывномъ возрастаніи x отъ $-h$ до $+h$ необходимо, чтобы не переставало возрастать или убывать выраженіе $\left(x+\frac{p}{2}\right)^2$; но выраженіе $\left(x+\frac{p}{2}\right)^2$ сохраняетъ

постоянно одинъ и тотъ же знакъ, слѣдовательно необходимо, чтобы не переставала возрастать или убывать абсолютная величина выраженія $x+\frac{p}{2}$, что будетъ, очевидно, въ томъ случаѣ, если для значеній x отъ $-h$ до $+h$ будетъ постоянно

$$x+\frac{p}{2}\geqq 0, \text{ откуда } x\geqq -\frac{p}{2},$$

или, если

$$x+\frac{p}{2}\leqq 0, \text{ то } x\leqq -\frac{p}{2},$$

т. е. трехчленъ (1) не будетъ переставать возрастать или убывать при непрерывномъ возрастаніи x отъ $-h$ до $+h$, если для коэффиціента p выберемъ такое значеніе, что выраженіе $-\frac{p}{2}$ будетъ не больше наименьшаго или не меньше наибольшаго значенія x, т. е. если p будетъ удовлетворять неравенству

$$-\frac{p}{2}\geqq +h, \text{ откуда } p\leqq -2h \quad \ldots\ldots (8)$$

или неравенству

$$-\frac{p}{2}\leqq -h, \text{ откуда } p\geqq +2h \quad \ldots\ldots (9)$$

Выше было показано, что наибольшее отклоненіе отъ нуля трехчлена (1) равно абсолютной величинѣ выраженія ph и, очевидно, будетъ тѣмъ меньше, чѣмъ меньше абсолютная величина коэффиціента p; но изъ неравенствъ (8) и (9) слѣдуетъ, что абсолютная величина коэффиціента p не можетъ быть меньше $2h$, слѣдовательно для коэффиціента p возможны только два значенія

$$p=-2h$$

и

$$p=+2h.$$

Кромѣ того изъ уравненія (6) слѣдуетъ, что

$$q=-h^2.$$

Слѣдовательно существуютъ два трехчлена, удовлетворяющіе условіямъ задачи, именно:

$$x^2-2hx-h^2 \quad \ldots\ldots\ldots (10)$$

и

$$x^2+2hx-h^2 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (11)$$

Такъ какъ при возрастанiи x отъ $-h$ до $+h$ трехчленъ (10) измѣняется отъ $+2h^2$ до $-2h^2$, а трехчленъ (11) отъ $-2h^2$ до $+2h^2$, то при возрастанiи x отъ $-h$ до $+h$ трехчленъ (10) не перестаетъ убывать, а трехчленъ (11) не перестаетъ возрастать и оба, разумѣется, наименѣе уклоняются отъ нуля.

Учен. Курск. г. (8) *В. Х.*

№ 58 (2-ой серiи). Исключить q изъ уравненiй:

$$a=p(2\text{Cos}\varphi-\text{Cos}2\varphi)$$

$$b=p(2\text{Sin}\varphi-\text{Sin}2\varphi).$$

Изъ данныхъ уравненiй имѣемъ:

$$\frac{a^2+b^2}{p^2}=4(1-\text{Cos}\varphi)+1$$

и

$$\frac{a^2+b^2-p^2}{4p^2}=1-\text{Cos}\varphi \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; (\alpha)$$

Потомъ, изъ перваго уравненiя, получимъ

$$\frac{a-p}{2p}=\text{Cos}\varphi(1-\text{Cos}\varphi),$$

и, изъ второго,

$$\frac{b}{2p}=\text{Sin}\varphi(1-\text{Cos}\varphi).$$

Возвышая въ квадратъ и складывая, имѣемъ:

$$\frac{(a-p)^2+b^2}{4p^2}=(1-\text{Cos}\varphi)^2 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; (\beta)$$

Наконецъ изъ (α) и (β) получится

$$a^2+b^2-p^2=2p\sqrt{(a-p)^2+b^2},$$

результатъ исключенiя q изъ данныхъ уравненiй.

А. Гольденбергъ (Спб.), *И. Шамаевъ* (Новочерк.), *И. Вонсикъ* (Ворон.); учен.: Курск. р. уч. (6) *Л. К.*, Кременч. р. уч. (7) *I. Т.*

№ 124 (2-ой серіи). **Опредѣлить x изъ уравненія**

$$\sqrt[3]{76+\sqrt{x}}+\sqrt[3]{76-\sqrt{x}}=8.$$

Возвышая обѣ части даннаго уравненія въ 3-ю степень, по приведеніи получимъ

$$\sqrt[3]{76^2-x}\left(\sqrt[3]{76+\sqrt{x}}+\sqrt[3]{76-\sqrt{x}}\right)=120,$$

но

$$\sqrt[3]{76+\sqrt{x}}+\sqrt[3]{76-\sqrt{x}}=8.$$

Подставляя въ предыдущее уравненіе 8 вмѣсто

$$\sqrt[3]{76+\sqrt{x}}+\sqrt[3]{76-\sqrt{x}},$$

получимъ по сокращеніи

$$\sqrt[3]{76^2-x}=15;$$

возвышая обѣ части въ 3-ю степень, имѣемъ

$$76^2-x=15^3;$$

откуда

$$x=76^2-15^3=2401.$$

Я. Тепляковъ (Радомысль), *П. Свѣшниковъ* и *С. Ржаницынъ* (Троицкъ), Бар. *О. Самбурская-Евневичъ*, *А. Кочанъ*, *И. Вонсикъ* и *А. Семеновъ* (Воронежъ), *А. Охитовичъ* (Спб.), *А. П.* (Пенза), *В. Шидловскій* (Полоцкъ). Ученица Курск. г. *В. Россовская.* Ученики: Кіевской 1-ой г. (6) *И. Б.*, Кіевской 2-ой г. (6) *И. Б.*, Кіевской 5-ой г. (7) *Х. Л.*, Ворон. к. к. (6) *Г. Ш.*, Гельсингфорской г. (8) *Ф. В.*, Курск. г. (5) *П. П.* и *К. Щ.*, (6) *А. Ш.* и *Н. П.*, (7) *В. К.*, Кам.-Под. г. (7) *К. К.*, Симб. к. к. (7) *В. Д.*, Кременч. р. уч. (7) *А. Д.*, Троицк. г. (6) *А. М.* и *А. Г.*, (7) *П. Ѳ.*, Тифл. 2-ой г. (7) *М. А.*, Пермск. р. уч. (6) *П. Л.*, *Г. Д.* и *И. К.* Винницк. р. у. (6) *Ю. Н.*

Редакторъ-Издатель Э. К. Шпачинскій.

Дозволено цензурою. Кіевъ, 12 Іюня 1891 г.

Типо-литографія Высочайше утвержд. Товарищества И. Н. Кушнеревъ и К°.